

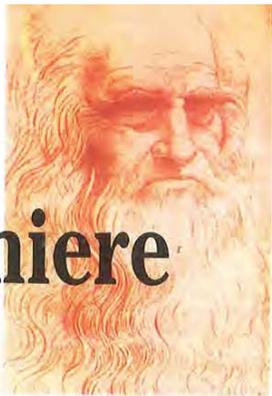


Il trattato «De Divina Proportionis» di Luca Pacioli.

Sotto: **Sansepolcro nel XVI secolo da tavola votiva.** Sansepolcro un tempo Borgo Sansepolcro è una vivace cittadina di circa 15000 abitanti adiacente (circa due km) alla riva sinistra del Tevere, nella Val Tiberina sottostante all'alpe della Luna. I santi pellegrini, Arcano ed Egidio, nel 934, pare vi fondassero un oratorio dedicato a San Leonardo (poi a San Giovanni Battista), per custodire alcune reliquie del Santo Sepolcro. Nel 1013 i monaci Camaldolesi vi fondarono una badia e vi sono documenti attestanti questa prima fondazione. Borgo Sansepolcro sosteneva ad un governo di tipo magnatizio in cui i monaci Camaldolesi esercitarono una sorta di primato culturale e sociale. L'affranchamento dai Camaldolesi fa sorgere, nel 1300 il libero Comune al quale succederà la signoria dei Della Faggiola, dei Tarlati (vescovo di Arezzo era la grossa personalità di Guido Tarlati), poi la città passa sotto Perugia, ai Visconti, a Città di Castello, Galeotto Malatesta ed infine alla Chiesa. Ma papa Eugenio IV la vendette a Firenze per 25.000 ducati. Infine Leone X (il grande mecenate medico) la elevò a sede vescovile, nel 1515/20. Fra i personaggi eminenti di Sansepolcro primeggiano Piero della Francesca e Luca Pacioli. Inoltre Raffaellino del Colle (nato a Colle Aretino), Santi di Tito, Matteo di Giovanni, Cristoforo Gherardi (allievo del Vasari), e poi le famiglie di artisti: gli Alberti, i Cungi, i Cantagallina. Ed infine Angiolo Tricca, il De Vecchi, lo Schiaminossi. Fra gli scrittori, oltre il Pacioli, Dionigi Roberti maestro del Petrarca e Niccolò Aggiunti, allievo discepolo di Galileo. Nel 1827 si fondò e costituì il Pastificio Buitoni (e qui entreremo in un interessante capitolo di archeologia industriale).

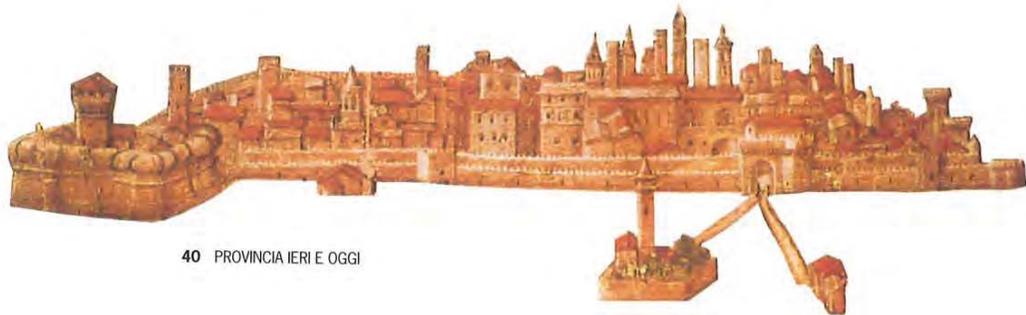
CARLO MOLA

Il ragioniere amico di Leonardo



La Banca Popolare di Sondrio intende iniziare tutta una serie di studi, saggi, articoli, incontri con i grandi del pensiero matematico, computistico e ragionieristico. Per questa ragione inizia con l'opera di una delle personalità più importanti del nostro «secolo d'oro». Con Luca Pacioli, di cui è ricorso proprio nel 1994 la pubblicazione, cinquecento anni orsono, ed esattamente il 10 novembre 1494, presso l'editore Paganino dei Paganini, de la «Summa de Arithmetica, Geometria, Proportionis et Proportionibus» uno dei libri più importanti del Pacioli e che l'autore dedicò al Duca Guidobaldo d'Urbino. Ma andiamo per gradi e cominciamo a comprendere l'importanza che ebbe la stampa per il Pacioli.

Egli nasce a Borgo San Sepolcro, verso il 1445, perciò è uno fra i primi studiosi italiani ad avere a disposizione quel grande strumento ideato da Joahn Gutenberg e dai suoi collaboratori: la stampa. Il Pacioli manda alla stampa i suoi libri e lo possiamo senz'altro definire come uno dei primi utilizzatori del mezzo per diffondere il pensiero matematico. Non solo, ma nel volume «De Divina Proportione» del 1497, il Pacioli, che trae lo spunto ed utilizza il «De corporibus regularibus» di Piero della Francesca, un trattato sulla misurazione dei poligoni regolari, sulla sfera, e sui poliedri iscritti nella sfera e nelle figure solide, divulga in modo mirabile quelle figure. La stampa acquisisce così anche un significato estetico di qualità. Certamente il Pacioli avrà potuto studiare la traduzione latina degli «Elementi» di Euclide che era uscita a Venezia nel 1482.



40 PROVINCIA IERI E OGGI

Egli aveva studiato da ragazzo presso una scuola d'abaco, ne fa testo una sua scrittura «una mercantessa». Cosa erano le scuole d'abaco? Fiorite verso la fine del 1200, erano concepite per apprendere i metodi di calcolo che la numerazione araba introdotta



in Europa, aveva fatto adottare. Tutti i grandi centri commerciali, d'Italia e d'Europa, aprivano scuole d'abaco che servivano per rendere i giovani svelti nei calcoli. Ecco da qui nascere anche il concetto e la diffusione di una matematica applicata. Di una matematica applicata ai commerci. Probabilmente Luca primeggiò in una di queste scuole e fu assunto per questo dal ricco mercante veneziano Rompiasi, alla Giudecca.

Ma egli aveva raggiunto Venezia per poter frequentare la Scuola di Rialto, dove insegnava Domenico Bragadin (Bragadino, Bragadenus, Domenicus de Venetiis); forse Luca era «discipulus et commensalis» come si usava in quella scuola sin dai tempi di Paolo della Pergola. Il Bragadin informa tutto il suo insegnamento verso la logica. Ma certo qui la matematica veniva studiata per l'approfondimento di altre discipline, quelle dell'astronomia, dell'astrologia e della medicina con lo studio della «Sfera» di Sacrobosco ed ancora «Le retoriche dei pianeti».

Da qui comincia quel suo errare tipico degli uomini dell'Umanesimo che vedono nella matematica e nella geometria una delle proporzioni perfette per avvicinarsi a Dio. Da qui il suo essere anche frate con il sajo del più povero, del poverello di Assisi e farsi chiamare Fra Luca di Borgo.

«Jaco. Bar» (Jacopo de' Barbari) **Ritratto di Fra Luca Pacioli con un allievo (Guidobaldo da Montefeltro?)** 1495.

Napoli, Museo e Gallerie di Capodimonte olio su tavola, cm. 99x120. Molti passaggi di proprietà rendono complesso il discorso sulla attribuzione all'autore. Passaggi di proprietà sino al 1903 quando fu acquistato dallo Stato per le Collezioni del

Museo Nazionale di Napoli. In precedenza collezione Charles Farfaix Murray, Eustachio Rogaeo di Torrequadra (fondo Vargas Machuca-Medici di Ottaviano). Comunque è il ritratto del nostro frate francescano Luca Pacioli dell'ordine dei Minori Conventuali, sul tavolo del dipinto spiccano gli strumenti del matematico: gesso, una spugnetta, goniometro, il compasso, la penna. Il libro è aperto su una pagina degli «Elementi» di Euclide, confermando che il Pacioli fu studioso di Euclide. Sulla lavagna è tracciato un problema descritto nel Libro XII del trattato euclideo. Sulla destra, invece, vi è un grosso volume rilegato in rosso con una iscrizione (LI.RI.LUC.BUR. ovvero *Liber reverendi Luca Burgensis*). E proprio il famoso libro di cui parliamo nel nostro scritto, la «Summa de Arithmetica, Geometria et Proportionibus» di Luca Pacioli. Edito a Venezia nel 1494. Sono poi raffigurati, uno sul tavolo sopra il libro e l'altro in alto trasparente, due poliedri che servivano al Pacioli per i suoi studi. A destra del quadro un

piccolo cartello aperto reca l'iscrizione «CO.BAR.VIGEN/NIS 1495» sul cartellino è dipinta anche una piccola mosca. Quella scritta «vigennis» è soggetta ad una infinita serie di interpretazioni sin dal primo acquisto (1903) del dipinto. Il Ricci ed Adolfo Venturi attribuirono subito il quadro a Jacopo de' Barbari (Venezia 1450-Malines 1512-16). Incisore finissimo su metallo e ritrattista di notevole fama, il de' Barbari intrattiene rapporti con i grandi maestri tedeschi: Cranach, Luca di Leyda ed in particolare con Dürer che riconosce di aver appreso da Jacopo de' Barbari il canone delle proporzioni. Proprio negli anni che dipinge Pacioli. Dürer ci fa ritornare a Pacioli e ne parleremo in un'altra parte dello studio. Il dipinto è stato molto studiato e complesse sono le attribuzioni. Vi è inoltre, insistentemente rievocata la presenza di un grande maestro ed amico di Pacioli il suo conterraneo: Piero della Francesca. Ma chi è il giovane che sta dietro a Luca e ci guarda? Alcuni ritengono si tratti di Guidobaldo da Montefeltro «*greis latinisque ornatis-simus et mathematicae disciplinae cultor ferventissimus*».

Il Pacioli, come abbiamo avuto modo di scrivere, dedicò la sua *Summa* al giovane Guidobaldo.



La moneta da 500 lire conosciuta dalla Zecca di Stato per il quinto centenario della «Summa».

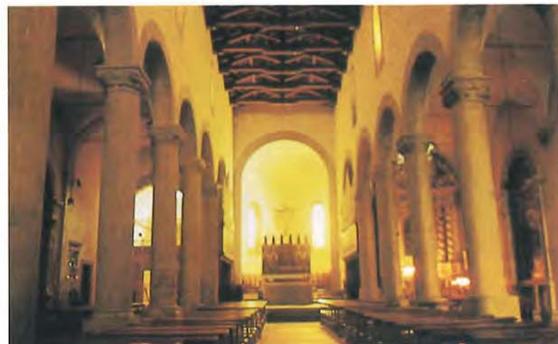
Sansepolcro - Facciata della Cattedrale e del Palazzo delle Laudi con il porticato del Cinquecento.

Il Duomo, dedicato a San Giovanni Evangelista, era anticamente la badia dei Camaldolesi. La costruzione risale ai primi anni del 1000 (1012-1049) ma subì restauri e rifacimenti nel corso dei secoli: dal 1200 sino al 1858. La facciata ha tre bellissimi portali di cui uno ad arco strombato. Da ammirare il magnifico rosone. Accanto al Duomo il bel Palazzo delle Laudi costruito su progetto di Alberto Alberti poi compiuto da Antonio Cantagallina, che ripete modi delle logge vasariane di Arezzo.



Sansepolcro - Cattedrale.

Interno a tre navate su colonne la navata centrale ha il tetto a capriate. La Cattedrale contiene molte opere precedenti o del periodo di Luca Pacioli vi è, ad esempio, una Crocifissione, affresco di Bartolomeo della Gatta, camaldolese, che Luca avrebbe potuto vedere. Il Della Gatta ci fa ritornare alla pittura di Piero della Francesca, ma anche al Perugino ed al Signorelli. Altri nomi non lontani dal mondo culturale di Luca Pacioli. La cattedrale contiene comunque tante altre opere di secoli precedenti e posteriori alla nascita e morte del Pacioli. Citiamo opere del trecento romagnolo e senese, terrecotte invetriate di arte robbiana: Opere di Perugino o Gerino da Pistoia, Raffaellino del Colle e di Palma il Giovane. Un monumento sepolcrale alla maniera del Rossellino.



Sansepolcro - Campanile della Chiesa di San Francesco.

Una delle tante belle chiese di Sansepolcro. Questa è del 1528.



Sansepolcro - Fortezza Malatestiano-Medicea. Il puntone di Belvedere.

Le fortificazioni di Sansepolcro sono dovute ad una serie di costruzioni, rifacimenti, distruzioni ed aggiunte che risalgono al Mille per poi trovare un momento di stabilità durante l'avvento di Guido Tarlati. Ma le vicende non si fermano qui. Si dovrebbe fare altri nomi tra cui spicca quello del grande Giuliano di Sangallo mandato espressamente a Sansepolcro da Firenze. Giuliano era reduce dalle esperienze della cittadella di Poggio Imperiale e dagli incontri con Bramante, Leonardo, Francesco di Giorgio, ed il nostro Luca Pacioli.



Piero della Francesca: Polittico della Misericordia (1445). - Sansepolcro, Museo Civico. Polittico su tavola, misure dell'insieme cm. 273x323.

Al centro della Madonna della Misericordia con otto devoti (tavola centinata 134x91), Sopra la Crocifissione con la Madonna



addolorata e San Giovanni (tavola 81x52,5), a sinistra dello scomparto centrale San Sebastiano (tavola centinata 108x 45), San Giovanni Battista (idem) sopra i quali vi sono San Benedetto (tavola 54,5x21) e l'Angelo Annunziante (tavola 55x20,5), a destra dello scomparto centrale



ancora la scienza in questo periodo non si è messa in competizione con la trascendenza, con il mistero, e la tecnica con l'arte. L'uomo non è in crisi, ma in crescita.

Tutto concorre ad approfondire il mistero della natura ed il mistero di Dio. Fra Luca Pacioli comincia così un intenso spostamento da una città all'altra, da un luogo ad un altro, in contatto con le università delle città colte italiane e con le corti del Rinascimento: Urbino, Firenze, Milano, Napoli, Roma sono delle tappe fondamentali nella costruzione di quello che sarà il suo pensiero e la sua opera di grande divulgatore. E con Milano, l'incontro con Leonardo.

Con Leonardo studiò ed insegnò matematica. Ma sempre portava nel cuore quei concetti di una visione animistica ed unitaria dell'universo che lo avevano entusiasmato da giovane, studiando Marsilio Ficino, e che entusiasmarono anche un altro grande del tempo: Pico della Mirandola.

Con Leonardo poi coltiverà il carattere indispensabile della matematica e della geometria nella creazione dell'arte. Così il cerchio del contatto con i grandi lo potremmo concludere qui citando i suoi rapporti con Dürer, il suo intendere l'insegnamento di un altro

(da sinistra) Sant'Andrea (tavola centinata 109x45) e San Bernardino da Siena (idem) sopra i quali stanno la Vergine annunciata (tavola 54x21) e San Francesco (idem). Nella predella cinque storie della Passione eseguite con aiuti. Inoltre altre sei figure di Santi. Eccoci di fronte ad uno dei capolavori di Piero.

L'artista che grandemente contribuì alla formazione di Luca Pacioli. Di lui Luca dice: «...el monarca a li di nostri dela pictura e architectura, Maestro Piero deli Franceschi, con suo penello [rese chiaro Borgo San Sepolcro] mentre poté, come apare in Urbino, Bologna, Ferrara, Arimino, Ancona e in la terra nostra, in muro e taula, a oglio e quazzo, maxime in la città d'Arezzo la magna capella dela tribuna de l'altar grande, una dele dignissime opere de Italia e da tutti commendata, e poi lo libro de prospectiva compose, qual si trova in la dignissima bibliotheca delo illustrissimo duca de Urbino nostro».

Per questo polittico Piero usò la tecnica mista di tempera ed olio come il suo maestro Domenico Veneziano usava. Per questa ragione il maestro ha dovuto sorvegliare l'opera per oltre dieci anni per poter rimediare ad ogni «maginea» come risulta dal contratto con i committenti: La Confraternita della Misericordia. Il dramma della Crocifissione si placa nella sublime visione della Vergine che in modo altamente sereno raccoglie sotto il suo manto i fedeli raccolti in estasi. Sublime lezione di compostezza classica. Un mondo caro a Luca Pacioli.

Non possiamo in così breve spazio trattare a fondo i problemi relativi ai rapporti fra Luca Pacioli e Leonardo.

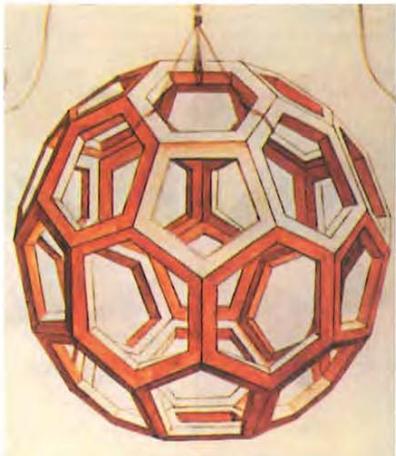
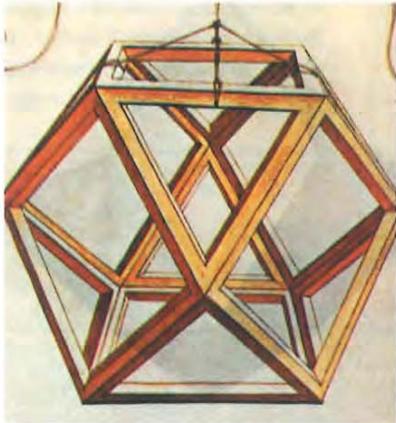
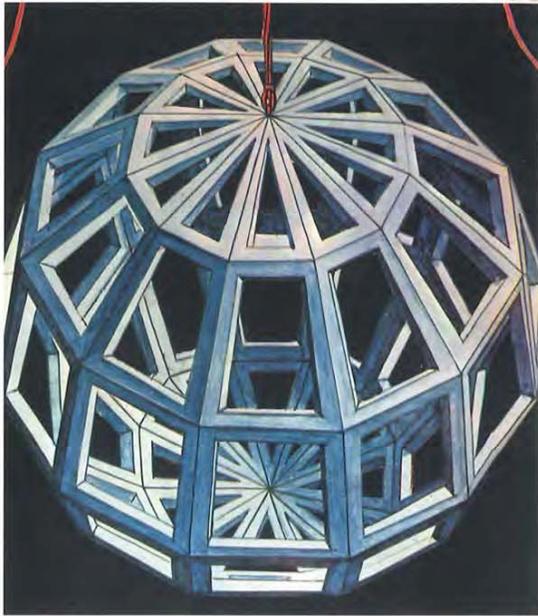
Dobbiamo soltanto ricordare quello che lo stesso fra Luca scrive. Ovvero che Leonardo e Pacioli furono colleghi a Milano alle dipendenze di Ludovico il Moro dal 1496 al 1499. Poi si ritrovarono anche in anni successivi. Per il volume del Pacioli «De divina proportione» Leonardo disegnò cinque «corpi regolari». È ancora fra Luca che loda i disegni «del degno libro de pictura e movimenti umani». Il libro andò purtroppo perduto.

I disegni dei poliedri regolari contenuti nel «De divina proportione» sono dovuti «alla ineffabile sinistra mano di Leonardo».

Leonardo per i cinque «corpi regolari» prese ispirazione da Platone, che volle la rappresentazione degli atomi dei cinque elementi della materia.

Essi sono: la piramide per il fuoco, il cubo per la terra, l'ottaedro per l'aria, l'icosaedro per l'acqua, il dodecaedro per il cielo o quintessenza.

Leonardo si dilettò grandemente di geometria con il Pacioli suo maestro.



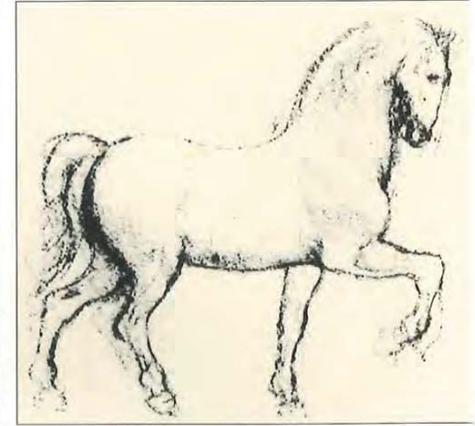
maestro di cui ricorre il centenario: Leon Battista Alberti ed ancora il suo misterioso rapporto con un suo sotterraneo forse il rapporto più estremamente teso e completo, più ancora di quello con Leonardo. Il suo dialogo con Piero della Francesca.

Ma torniamo ancora un poco al 1200 ed alla matematica introdotta da Leonardo Fibonacci (Leonardo Pisano). Il Fibonacci ci portò quella meraviglia di numerazione con il valore posizionale dello zero (ideato dagli Indiani e trasmesso dagli Arabi) che ci permette tutta l'evoluzione della nostra matematica e dei nostri calcoli. Anche oggi il calcolo binario, pur non accettando il sistema a base dieci, con le stupende anticipazioni di Pascal e soprattutto di Leibniz si basa sul valore posizionale dello zero e perciò non si discosta dalle concezioni indiane. Da questo lontano libro di Leonardo Pisano derivano le istruzioni della «Summa» di Luca Pacioli. Nel Pacioli è impellente anche la diffusione delle conquiste dell'algebra. Spesso in questo ed in altri casi Fra Luca verrà accusato di plagio, persino dal Vasari, per un'altra occasione di cui parleremo. Ma dobbiamo subito affermare che sia per certi studi algebrici, sia per il famoso trattato «Divina Proportione» si può serenamente dire che l'uso del tempo permetteva disinvolute trasposizioni di testi di altri. Era un modo come un altro per discutere e trasmettere scienza e conoscenza. Oggi sarebbe veramente insopportabile, oltre che disonesto.



io che più ci interessa della vastissima opera del Pacioli è «La Partita Doppia» dove effettivamente il maestro fa tesoro di tutte le conoscenze del tempo per fornirci un sistema di contabilità doppia.

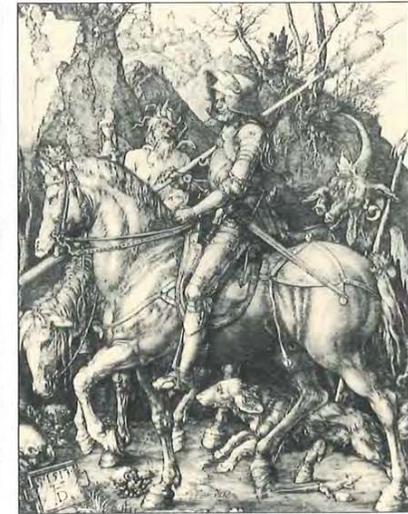
Altri libri di contabilità circolavano, ma qui siamo di fronte ad una vera e propria opera di larga divulgazione.



Da una semplice contabilità, di ditta individuale, si passa ad una contabilità di società, dove l'oggetto della analisi diventa il patrimonio ed il suo divenire per effetto della gestione; tutto questo fatto con la tecnica delle registrazioni sistematiche e cronologiche e con la corrispondenza fra dare e avere. E col concetto che il totale del dare deve essere uguale all'avere in ogni momento. Da qui l'assoluta novità del capitolo del libro che tratta di questi argomenti «De computis et scripturis».

Il Pacioli scrive «Mai si deve mettere in dare che quella ancora non si ponga in avere, e così mai si deve mettere cosa in avere che quella ancora quella medesima con suo ammontare non si metta in dare. E di qua nasci poi al bilancio che del libro si fa: nel suo saldo tanto convien che sia il dare quanto l'avere».

Dunque un'opera fondamentale. Cosa esisteva in precedenza? Aristotele aveva cercato di trattare tutto il problema della gestione economica. Il pensiero cristiano, non sembra eccessivamente interessato al problema ed anche Tommaso d'Aquino si interessa di altre problematiche, legate al giusto prezzo ed all'interesse, ma non a problemi di gestione, se non qualche cosa nel campo della gestione familiare. Anche i «Libri della famiglia» di Leon Battista Alberti sono un intelligente tentativo di allargare i concetti di gestione familiare ad altri più ampi. Si dovrà arrivare al Pacioli per avere un testo organico sull'argomento. Ma il concetto di dare e avere nel Pacioli derivava da un alto concetto filosofico di coppia che aveva le sue origini nel pensiero categoriale, che attingeva ancora ad Aristotele e a Nicolò Cusano. Teoria e pratica. Teoria che non ha paura a diventare pratica. Pratica che attinge dalla teoria. Un uomo di conti, un ragioniere che è anche un grande matematico ed un filosofo. Il dialogare con Leonardo non gli proibisce di parlare di partita doppia. Parlare dell'*harmonia mundi* non gli proibisce di parlare della regola del tre semplice.

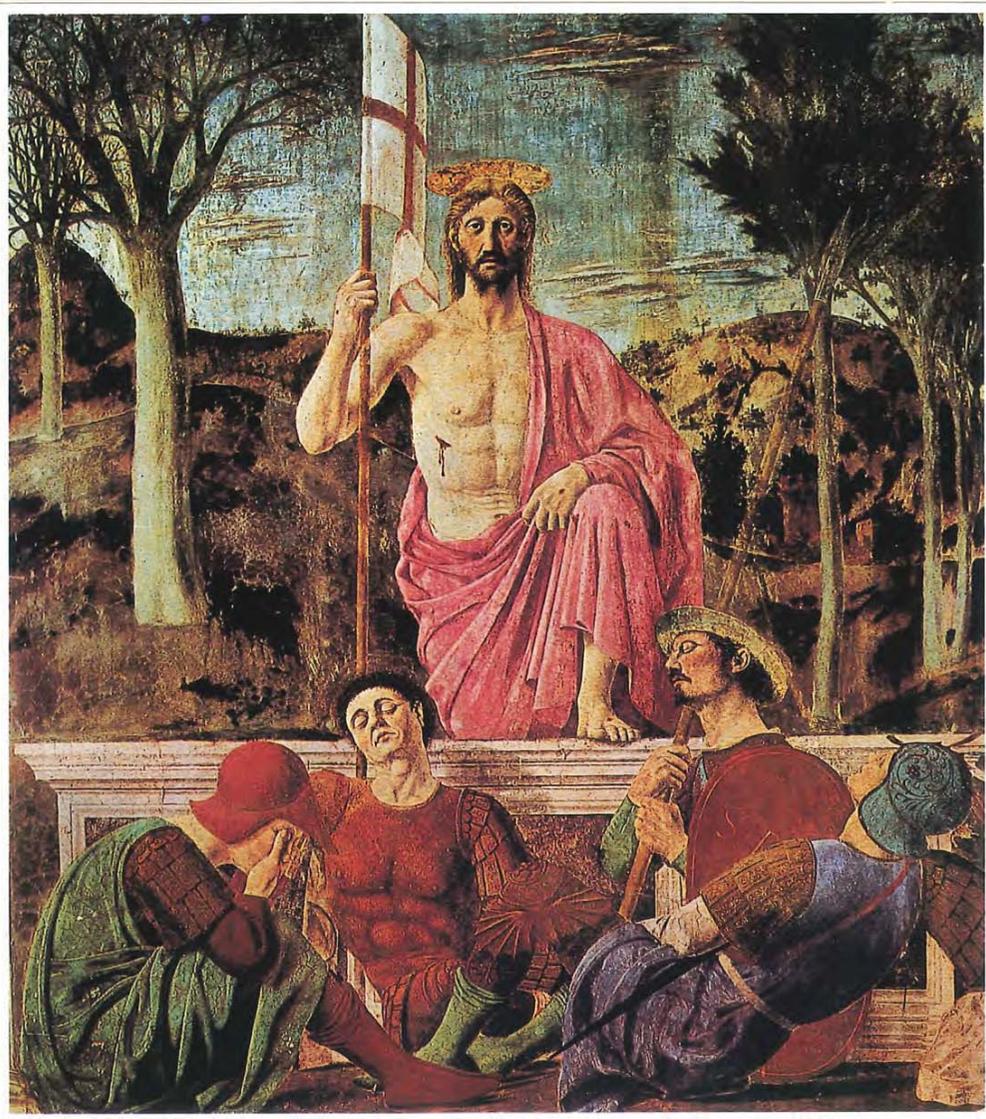


Da tempo Leonardo stava preparando la statua equestre per Francesco Sforza mai portata a termine, poi in parte distrutta, ed anche quella per il monumento Trivulzio.

Pacioli è a conoscenza di questi lavori e forse suggerì a Leonardo alcuni calcoli. Albrecht Dürer, il grande artista, vide le opere di Leonardo influenzò e fu influenzato ed ebbe rapporti con il Pacioli.

Un esempio è dato dalla incisione intitolata «Il Cavaliere, la Morte e il Diavolo» dove l'influenza dei disegni di Leonardo, in particolare quelli preparatori per il monumento equestre a Francesco Sforza e Gian Giacomo Trivulzio, è evidente, si tratta dei disegni Windsor 12347 r a sinistra e 12359 a destra.

Sotto a sinistra: Autoritratto di Albrecht Dürer.



La Resurrezione

Piero della Francesca - affresco, cm. 225x200
Sansepolcro, Museo Civico.
Eccoci di fronte ad una delle opere più possenti del maestro di Sansepolcro amico del Pacioli.
Su questo affresco sono stati scritti saggi e note critiche da parte di moltissimi studiosi d'arte.

Capolavoro del Rinascimento è l'emblema stesso della capacità di un artista di trasferire il divino nell'umano e l'umano nel divino.
Di sposare il gusto raffinato della classicità con il rustico e popolare mondo del contadino e della terra.
Opera che porta la approssimativa data del 1463.



Legli non poneva limiti alle sue conoscenze ed indagava sulle equazioni di terzo grado; aprendo così la strada ad altri grandi matematici italiani, al Cardano, al Tartaglia, al Bombelli, al Ferrari.

Ma la sua opera di divulgatore continua meravigliosa nel libro «De divina proporzione» dove vengono studiati i poliedri regolari, semiregolari e stellati. Sembra che le elegantissime illustrazioni del libro siano dovute a Leonardo. Può essere tanta è l'eleganza di quest'opera. Come il capitolo che riguarda le lettere dell'alfabeto e che diventerà un modello per tanti maestri tipografi.

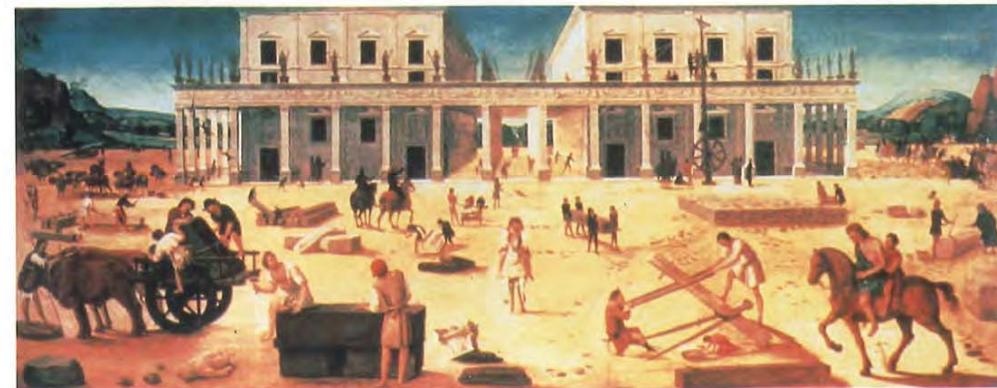
Il Pacioli poi si dedicherà, in due manoscritti il «De viribus quantitatis» e il «De ludi» (oggi perduto), di giochi matematici. Rispondendo così ad un eterno desiderio dell'uomo di comprendere sino in fondo il linguaggio dei numeri e perciò quello della logica sino al punto di farlo diventare dilettevole gioco.

Sansepolcro non si è dimenticata di questo suo figlio, a lui è stata dedicata una splendida mostra nella Casa di Piero della Francesca, a cura del professor Enrico Giusti della Università di Firenze, Vicepresidente dell'Istituto di Alta Matematica e del professor Carlo Maccagni dell'Università di Genova e Presidente della Società di Storia della scienza.

La mostra progettata da Andrea Rauch comprendeva i modelli in legno dei poliedri pacioliiani costruiti da Adriano Graziotti.

Un catalogo redatto da Elisabetta Ulivi edito da Giunti di Firenze corredeva la mostra. Un Convegno internazionale di cui si attendono con ansia gli atti è stato tenuto nel 1994 a Sansepolcro.

Fra Luca di Borgo morirà fra l'aprile e l'ottobre del 1517.



LEONARDO DA VINCI'S ACCOUNTANT FRIEND

A mathematics scholar during the Humanism period: a wise mediator between the ancient culture and modern outlook in mathematics. Luca Pacioli started with a school of abacus, moved onto the Rialto school and then approached the world of the universities. It was in Milan that he met Leonardo and shared his view of a single and harmonious universe. He was able to count on the recently introduced printing press to spread his works. His most important contribution was that of "double-entry book-keeping": the first attempt to give order to the problem of company accounts, with systematic and chronological accounts and a balance between debits and credits.

I capitoli di questo articolo sono tratti dal libro del Pacioli «Alphabeta dignissimo».

In alto: Tavola pitagorica. Trascritta da Leonardo dalla «Summa de Arithmetica» di Luca Pacioli.

A sinistra: La città ideale. Artista centrale, fine XV secolo Urbino, Galleria Nazionale della Marche. Olio su tavola (67,5x231,5 cm).

In basso: La costruzione di un palazzo. Piero di Cosimo - Sarasota (Florida, USA) The John and Mable Ringling Museum of art.

Olio su tavola (82,6x196,9 cm), 1915/20 circa.
Per questi due capolavori non abbiamo preparato schede ma semplicemente una breve didascalia.
Li abbiamo scelti come completamento di un breve studio in cui si compendia il senso di un'epoca quello dell'Umanesimo e del Rinascimento in cui scienza, tecnica e fede avevano trovato inarrivabile compendio.